



Suggerimenti per un allenamento estivo di matematica per le future classi prime dell'Istituto **TECNICO**.

I Numeri Naturali: espressioni, potenze in N, MCD e mcm

1. VERO O FALSO?

- | | | |
|--|---|---|
| a. Se due numeri sono uno multiplo dell'altro, allora il loro MCD è il maggiore tra i due. | V | F |
| b. La somma di due numeri primi è un numero primo. | V | F |
| c. Se due numeri sono primi tra loro, allora il loro mcm è il loro prodotto. | V | F |
| d. Se due numeri hanno MCD pari a 8, allora il loro mcm non può essere 36. | V | F |
| e. Se il mcm di due numeri è 32, allora il maggiore tra i due numeri è 32. | V | F |

2. VERO O FALSO?

- | | | |
|--|---|---|
| a. $3^5 \cdot 3^2 = 3^{10}$ | V | F |
| b. $4^3 \cdot 2^3 = 6^3$ | V | F |
| c. $(10^3)^5 \cdot (10^2)^0 = 10^{15}$ | V | F |
| d. $7^n \cdot 7^n = 7^{n^2}$, con $n \in \mathbf{N}, n > 0$ | V | F |
| e. $3^9 : 9^3 = 3^3$ | V | F |
| f. $12^3 : 3^2 = 4$ | V | F |
| g. $8^n : 2^2 = 2^n$, con $n \in \mathbf{N}, n > 0$ | V | F |

3. Determina MCD e mcm dei seguenti gruppi di numeri:

- a.** 15, 27, 36;
b. 96, 112, 196.

4. Semplifica le seguenti espressioni.

$$(2^2 + 3^2 + 6^2)^2 : [(7^3)^4 : 7^{11}]^3 + (2^3)^2 + 7^0 \quad [72]$$

$$[(4^3)^2 : 8^3]^2 - \{(65 : 5 - 12)^2 \cdot (36 : 6 : 3)^3 + [(3^2)^3]^2 : 81^3\} \quad [55]$$

5. Traduci la seguente frase in espressione simbolica e poi calcolane il valore per $t = 2$ e $u = 4$:
«Al quadrato del doppio di u sottrai il quadruplo della differenza tra u e la metà di t ».
6. Traduci la seguente frase in espressione simbolica e poi calcolane il valore per $m = 3$ e $n = 4$:
«Moltiplica la somma tra m e il triplo di n per il quadrato della differenza tra il doppio di m e il successivo di n ».

I Numeri Interi

7. VERO O FALSO?

- | | | |
|--|----------|----------|
| a. La somma di due numeri discordi dipende dal loro ordine. | V | F |
| b. Ogni numero intero ha un opposto. | V | F |
| c. Se due numeri sono discordi, il loro prodotto è negativo e la loro somma è negativa | V | F |
| d. Se $a \in \mathbf{Z}$, $a \neq 0$; $(a^2 \cdot a^3)^0 = a$ | V | F |

8. Semplifica la seguenti espressioni.

$$\{(+18) : [(-4) + (-5)]\}^2 + [(-2)(-7) : (+14)]^3 - (+5)(-2)(+3) \quad [35]$$

$$[(+30) : (-6) + 1]^2 - [(-3)^4]^3 : [(-3)^3(-3)^9] - \{[(-10)^2]^3\}^0 \quad [14]$$

$$\{[(+8)^3(+8)^8] : [(-8)^2]^3\} : \{(-8)^7 : [(+2)^2(-4)^2]\} \quad [- 1]$$

9. TEST La potenza di un numero intero a^n , con $a \neq 0$, è:

- | | | |
|--------------------------------|----------|----------|
| A negativa se n è dispari; | V | F |
| B negativa se $a < 0$; | V | F |
| C uguale a 1 solo se $n = 0$; | V | F |
| D sempre diversa da 0. | V | F |

10. Disponi in ordine decrescente i risultati delle seguenti espressioni.

$$-|-4|^0; \quad (-5)^3 \times (-2)^3; \quad -|-2|^2 \times |-2|^5; \quad (17 \times 4)^3 : (-34)^2; \quad [16 \times (-3)^4 - (-36)^2 - 4]^2.$$

11. Semplifica le seguenti espressioni applicando le proprietà delle potenze.

$$[(-81)^2 \times (+9)^2 (+3)^0]^2 : [(-3)^3]^3 - \{[(+4)^2]^3\}^3 : (-16)^9 \quad [- 26]$$

$$[(-6)^3 \times (-5)^3 : (+30)^2]^3 : \{[(+5)^{11} + (+5)^{10}] : (-5^2)^5\}^3 - (+125)^2 : (-5)^3 - \{[(13^8 - 13^6)^2]^0\}^4 \quad [- 1]$$

12. Moltiplica la somma tra il quadruplo di 12 e il triplo di -5 per l'opposto del quoziente della divisione tra 81 e il cubo di -3 .

I Numeri Razionali Relativi

13. Sono dati i numeri

$$3,3\bar{2}; \quad 3,\bar{32}; \quad 3,0\bar{32}; \quad 3,00\bar{32}; \quad 3,\bar{32}.$$

a. Ordinali in modo crescente.

b. Trasformali in frazioni.

14. Trasforma in frazione e disponi i risultati in ordine decrescente:

$$0,6\bar{7}; \quad \frac{1}{5} + \frac{1}{2}; \quad 66\%; \quad 0,\bar{2} + 0,\bar{5}; \quad \frac{1}{1,5}.$$

15. Disponi in ordine crescente:

$$8,9 \cdot 10^{-1}; \quad -\frac{8}{3}; \quad -2,7; \quad \frac{4}{5}; \quad 82\%; \quad \frac{1}{4}.$$

16. VERO O FALSO?

a. $\left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{1}{16}$ **V F**

b. La frazione generatrice di $0,13\bar{5}$ è $\frac{61}{450}$. **V F**

c. Si ottiene lo stesso valore togliendo a 120 euro il 20% o incrementando 80 euro del 20%. **V F**

d. $1,\bar{7} + 0,\bar{2} < 2$. **V F**

e. $\left[\left(\frac{3}{7}\right)^3 \cdot \frac{9}{49} : \left(\frac{3}{7}\right)^5 - 1\right]^0 = 1$. **V F**

17. VERO O FALSO?

a. $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(+\frac{3}{2}\right)^4$ **V F**

b. $\left|-\frac{2}{5}\right| = \frac{|+2|}{|-5|}$ **V F**

c. $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(+\frac{3}{2}\right)^{-3} = -\frac{2^5}{3^5}$ **V F**

d. $-3 : \frac{9}{2} > 5 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3$ **V F**

18. Semplifica le seguenti espressioni.

$$2,\bar{9} - \left(\frac{2}{3}\right)^2 : \left\{ \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{1}{5} + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} : \frac{5}{12} \right) : 3 \right] - 0,\bar{1} \right\} = \quad \left[\frac{29}{23} \right]$$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{15}{16}\right)^2 \cdot \left[\left(1 - \frac{1}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)^5 \right]^2 : \left[0,75^2 \cdot \left(2 - \frac{5}{4}\right)^7 : \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)^4 \right]^3 = \quad \left[\left(\frac{3}{4}\right)^5 \right]$$

$$\left\{ \left[(1 + 0,\bar{3})^2 : \frac{2}{9} - \frac{9}{2} \right] : \left(3 - \frac{1}{4}\right) \right\}^3 : \left\{ \left(2 - \frac{1}{2}\right) : \left[2 - \frac{1}{2} \cdot \left(1,5 - \frac{1}{4}\right) \right] + 0,\bar{18} \right\}^2 = \quad \left[\frac{14}{11} \right]$$

$$\left[\left(\frac{1}{10}\right)^6 : (10^9 \cdot 0,01^4) \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^7 \right]^2 : \left\{ [0,3 \cdot (0,3)^2 \cdot (0,3)^4]^2 : \left(\frac{6}{5}\right)^{14} \right\} - \left(\frac{1}{4}\right)^0 \quad [0]$$

$$\left\{ \left[\frac{5}{4} - \left(-2 + \frac{3}{4}\right)^2 \right] : \left(\frac{5}{4}\right)^2 - (-2)^3 \right\} : \left[\frac{43}{5} - \left(-\frac{4}{5}\right)^2 \cdot \left(2 - \frac{3}{4}\right) \right] \quad [1]$$

$$\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^4 \right]^2 : \left[-\left(-\frac{2}{3}\right)^5 \right]^3 + \left(-\frac{2}{3}\right)^3 - \left(\frac{2}{7}\right)^4 \cdot \left(-\frac{7}{4}\right)^4 \quad \left[\frac{-1}{16} \right]$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^{-5} + 8 \left[\left(2 - \frac{1}{4}\right) \frac{1}{7} - \frac{3}{4} \right] + \left[\left(-\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \right]^{-1} \quad \left[\frac{-9}{4} \right]$$

$$\left\{ \left[\frac{2}{3} - \left(-1 + \frac{5}{3} \right)^2 \right] : \left(\frac{2}{3} \right)^2 - (-1)^3 \right\} : \left[\frac{15}{2} - \left(-\frac{3}{2} \right)^3 \cdot \left(2 - \frac{14}{3} \right) \right]$$

[-1]

$$\left[\left(\frac{4}{5} \right)^3 \cdot \left(-\frac{4}{5} \right)^4 \cdot \left(-\frac{4}{5} \right)^2 \right]^2 : \left[- \left(-\frac{4}{5} \right)^3 \right]^5 + \left(-\frac{4}{5} \right)^3 - \left(\frac{6}{5} \right)^3 \cdot \left(-\frac{5}{3} \right)^3$$

[8]

$$\left(\frac{3}{2} \right)^{-4} \cdot \left(\frac{3}{2} \right)^{-5} \cdot \left(-\frac{2}{3} \right)^{-8} + 3 \left[(4 - 0, \bar{3}) \frac{1}{11} - \frac{2}{3} \right] + \left[\left(-\frac{2}{3} \right)^2 \cdot (0,75)^2 \right]^{-1}$$

$\left[\frac{11}{3} \right]$

- 19.** I programmi di una stazione radiofonica sono distribuiti in modo che $\frac{1}{4}$ è relativo all'informazione, $\frac{1}{3}$ alla musica e $\frac{1}{6}$ alla pubblicità.
Qual è la percentuale del totale assegnata ai restanti programmi?
- 20.** Moltiplica per $\frac{3}{5}$ il quadrato di un numero dato e somma il triplo del numero. Dividi poi il risultato per la differenza tra il reciproco del numero e $\frac{5}{6}$.
Scrivi l'espressione.
Qual è il suo valore se il numero è $\frac{2}{3}$?

21. Giorgio usa il 25% del suo stipendio netto per il vitto, il 40% per pagare l'affitto e il 20% per spese varie. Sapendo che riesce a risparmiare 300 euro al mese e che paga il 30% di tasse, calcola il suo stipendio netto e quello lordo.

22. Una famiglia decide di dividere una casa di 225 m² in due appartamenti, di cui uno pari ai $\frac{5}{4}$ dell'altro. Determina l'estensione dell'appartamento più piccolo.

23. Traduci in espressione simbolica e poi calcola il risultato:

«Somma l'opposto del doppio di $\frac{5}{12}$ con il prodotto tra il quadrato di $-\frac{1}{2}$ e la frazione $\frac{7}{3}$;
dividi per il cubo di $-\frac{1}{2}$ e moltiplica per il reciproco di -3 ».

Il calcolo letterale: Monomi e Polinomi

24. VERO O FALSO?

- a. La somma di due monomi non è mai un monomio. **V F**
- b. Il prodotto di $3a^2b$ e $5ab^2$ è un monomio di terzo grado. **V F**
- c. Il quoziente di due monomi è sempre un monomio se il grado del dividendo è maggiore di quello del divisore. **V F**
- d. Il mcm di m^3n^2 e m^2n^3 è $(mn)^3$.
- e. I monomi $\frac{1}{7}(x^3y^4)^2z^4$ e $-\frac{2}{3}(x^2)^3(y^2z)^4$ sono simili. **V F**

25. COMPLETA

- a. $-\frac{1}{2}x\dots + \frac{5}{4}\dots z^3 = \frac{3}{4}xy^2z^3$;
- b. $\left(-\frac{3}{4}a^2\dots\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\dots b^3c\right) = \frac{3}{10}a^5b^6c^4$;
- c. $\left(-\frac{1}{3}a^3x^2y\right)\dots \cdot (6a^2x\dots) = \frac{2}{3}a^8x^5y^4$;
- d. $(15m\dots n^7) : (\dots m^6 \dots) = -\frac{5}{4}n^3$.

26. Semplifica le seguenti espressioni.

$$-(2y)^4 + x^3(4y - y) + 2y(x^3) + (4y^2)^2 + [(-x^2)^5 y] : x^7 \quad [4x^3y]$$

$$\left[8a^4\left(x^3 - \frac{1}{2}x^3\right) + (a^2)^2x^3 - ax(a^3x^2)\right] : (2x)^3 \quad \left[\frac{1}{2}a^4\right]$$

$$\{8(ab^3)^2 : (ab^2)^2 + 2b^2 - (-3b)^2\}^2 \quad [b^4]$$

$$(-3) \left[\left(\frac{1}{4} a^2 x^2 \right)^2 - \left(\frac{1}{2} a^2 x^2 \right)^2 \right] - \left\{ \left[3ax \left(-\frac{1}{4} ax \right) \right]^2 - 12 \right\} \quad [12]$$

$$[(2a^2)(10b^4) + (-4ab^2)(4ab^2) + a^2(4b^4)] : [(2a^3b^2)^4 : (4a^6b^3)^2] \quad [8a^2b^2]$$

$$\left[\frac{5}{2} x^3 y^2 - \frac{1}{3} (x^2 y) xy \right] : \{ (x^3 y^5)^3 : [(xy)^2]^4 \} \quad \left[\frac{13}{6} x^2 \right]$$

$$(3x - 2y)(x + y) - (-3x)^2 + 4x(y - 3x) = \quad [18x^2 + 5xy - 2y^2]$$

$$3x^2 - 2y \left(3x^2 - \frac{1}{2} y \right) - (3x - y)(1 - y^2) - 3x^2(1 - 2y) + y(y - 1)(y + 1) = \quad [3xy^2 - 3x + y^2]$$

27. Esprimi la seguente frase utilizzando i monomi e semplifica l'espressione trovata.

Dati due numeri, scrivi il quadrato del prodotto tra il cubo del primo numero e il quadrato del secondo numero. Dividi poi il risultato per la quarta potenza del prodotto dei due numeri.

28. In un trapezio isoscele, la base maggiore misura $12a$. La base minore e l'altezza hanno la stessa lunghezza, e la somma delle loro misure è $i \frac{5}{6}$ della base maggiore.

a. Calcola l'area del trapezio.

b. Se entrambe le basi diminuiscono di a , come varia l'area del trapezio?

Equazioni

29. VERO O FALSO?

a. L'equazione $15\left(y - \frac{1}{5}\right) - 2(6 + y) = 3(4y - 5) + y$ è indeterminata. **V F**

b. L'equazione $2x - 1 = 2(6x - 5) + 4\left(\frac{5}{2} - 3x\right)$ è impossibile. **V F**

c. $2(3 - x) = 10x$ e $x + \frac{3}{2} = 1$ sono equazioni equivalenti. **V F**

d. $(2 - x) \cdot 3 + 7 - x = 20$ è impossibile in \mathbb{Z} e determinata in \mathbb{Q} . **V F**

30. Indica quali tra le seguenti equazioni sono determinate:

a. $2(x + 1) = 2(x - 3)$ **V F**

b. $5 + 3x = 6 - 3x$ **V F**

c. $7(x + 1) = 3x + 2(3 + 2x) + 1$ **V F**

d. $\frac{1}{3}(x + 6) = 0$ **V F**

e. $x - 0,9\bar{x} = 1$ **V F**

31. Risolvi le seguenti equazioni.

$$2[2(x - 3) - x] + 3[-2(1 - x) - 4x] = 8x \quad \left[\frac{3}{8}\right]$$

$$x^2 + (x - 1)(x + 2) = 2(x - 1)(x + 1) \quad [0]$$

$$\frac{1}{2}x - \frac{x-2}{3} - 1 = -\frac{1}{3}x + \frac{x-1}{6} \quad \left[\frac{1}{2}\right]$$

$$\frac{(x-7)}{3} - \frac{(1-4x)}{6} + \frac{1}{5} = x - \frac{4}{5} \quad [\text{imp}]$$

$$\frac{3y}{14} - 3 - \frac{5(y-1)}{2} = \frac{2-4(1-y)}{7} + \frac{2y-3}{2} \quad \left[\frac{1}{3}\right]$$

