



Suggerimenti per un allenamento estivo di matematica per le future classi prime del Liceo.

## I Numeri Naturali: espressioni, potenze in N, MCD e mcm

### Proprietà delle potenze

Vero o Falso?

- a.  $2^2 + 2^6 = 2^8$   
b.  $(3^3)^2 = 3^9$   
c.  $4^2 \cdot 4^8 = 2^{20}$   
d.  $4^3 \cdot 4^2 = 4^6$   
e.  $5^{25} : 5^{23} = 25$   
f.  $6^6 : 6^3 = 36$

V | F  
V | F  
V | F  
V | F  
V | F  
V | F

[2 uguaglianze vere e 4 false]

Test

- $4^2 \cdot 4^8 =$   A  $4^{16}$   B  $4^{10}$   C  $2^{12}$   D  $2^{16}$   
 $4^{12} : 4^4 =$   A  $4^{10}$   B  $4^{12}$   C  $2^{16}$   D  $2^{18}$   
 $(4^3 \cdot 3^3)^2 =$   A  $12^6$   B  $12^9$   C  $4^9 \cdot 6^9$   D  $16^9 \cdot 9^9$   
 $(21^7 : 7^7)^2 =$   A  $3^7$   B  $7^{14}$   C  $3^{49}$   D  $3^{14}$

Semplifica, applicando le proprietà delle potenze. Lascia il risultato sotto forma di potenza.

$(2^3)^2$	[2 <sup>6</sup> ]	$(9^9 \cdot 9^6)^2 \cdot (9^5)^5$	[9 <sup>55</sup> ]	$(2^4 \cdot 3^4)^5 : (18^3 : 3^3)^4$	[6 <sup>8</sup> ]
$10^9 \cdot 10^8$	[10 <sup>17</sup> ]	$(2^{13} \cdot 2^{11}) : (2^3)^2$	[2 <sup>18</sup> ]	$(7^{100} : 7^{90}) \cdot (7^4)^3$	[7 <sup>22</sup> ]
$(10^5)^7$	[10 <sup>35</sup> ]	$(3^{30} : 3^{17}) \cdot (3^4)^3$	[3 <sup>25</sup> ]	$(10^{18} \cdot 10^{11})^2 : (10^6 \cdot 10^7)^3$	[10 <sup>19</sup> ]
$2^{10} \cdot 2^7$	[2 <sup>17</sup> ]	$(5^{10} \cdot 5^{17}) : (5^3)^5$	[5 <sup>12</sup> ]	$(5^{18} : 5^{11})^2 \cdot (5^{17} : 5^{12})^3$	[5 <sup>29</sup> ]
$(9^{15} : 9^{13})^3$	[9 <sup>6</sup> ]	$(3^5 \cdot 5^5)^3 : (15^4)^2$	[15 <sup>7</sup> ]		

Completa in modo da ottenere uguaglianze corrette.

$2^5 \cdot 2^{\dots} = 2^{11}$	$2^8 \cdot 2^{\dots} = (2^5)^2$	$(5^6 : 5^2)^{\dots} = 5^{20}$
$2^{10} : 2^{\dots} = 2^3$	$5^{19} : 5^{\dots} = 25$	$(10^{\dots} : 10^8)^4 = 10^8$
$(2^3)^{\dots} = 2^{12}$	$(2^{\dots})^2 = 64$	$(7^5 \cdot 7^{\dots}) : 7^{13} = 49$

Calcola il valore delle seguenti espressioni in N, applicando, ovunque possibile, le proprietà delle potenze.

$\{[(2^3)^5 : 2^{11} - 3^2 - 2^2]^5 \cdot 3^9\} : (3^6)^2$	[9]
$[(6^2)^3 : 6^4 - 1] : 5 - (2^{11} \cdot 2^3) : 2^{13} - 2^0$	[4]
$(3^2 - 2^6 : 2^4 - 1) \cdot 4^0 + 2^3 - (3^2 \cdot 3^5)^2 : (3^2)^6$	[3]
$12 : (3^2 - 2^6 : 2^3 + 2^0) - 10 : [(5^2)^0 \cdot 5^2 - 2^2 \cdot 5]$	[4]
$[(8^{15} : 4^6) : 2^{10} - (3^{10} : 3^4)^2 : (3^6)^2]^{(2^8 : 2^6 : 2^2 - 2^0)}$	[1]
$(3^2 + 2^2 + 5^2 - 4^2) : 2 + (5^7 \cdot 5^{11})^2 : (5^5)^7 - (4^3 \cdot 4^6) : 2^{16}$	[12]
$\{[(2^2 \cdot 2^5) : 2^6 + (3^3 \cdot 3)^2 : 3^6 - 2^3] \cdot 3^{11}\} : (3^3)^3 - 5^2 - 5^0$	[1]
$\{(3^3 - 3^2 + 3 - 3^0) : [(2^4)^2 : (2^2)^3]\} \cdot [(2^7 \cdot 2^8) : 2^{13}] - 10$	[10]

Completa le seguenti fattorizzazioni.

- a.  $220 = 22 \cdot 10 = \dots \cdot 11 \cdot \dots \cdot \dots = 2^{\dots} \cdot \dots \cdot \dots$   
b.  $114 = 57 \cdot \dots = 3 \cdot \dots \cdot \dots$   
c.  $1010 = 505 \cdot \dots = \dots \cdot 5 \cdot \dots$   
a.  $88 = 44 \cdot 2 = 4 \cdot \dots \cdot 2 = 2^{\dots} \cdot \dots$   
b.  $900 = 9 \cdot \dots = 9 \cdot \dots \cdot 4 = 2^{\dots} \cdot 3^{\dots} \cdot 5^{\dots}$   
c.  $1050 = 50 \cdot \dots = 25 \cdot \dots \cdot \dots = 2 \cdot 3 \cdot 5^{\dots} \cdot 7$

Scomponi in fattori primi i seguenti numeri.

40; 18; 175	$[2^3 \cdot 5; 2 \cdot 3^2; 5^2 \cdot 7]$
92; 32; 44	$[2^2 \cdot 23; 2^5; 2^2 \cdot 11]$
64; 70; 63	$[2^6; 2 \cdot 5 \cdot 7; 3^2 \cdot 7]$
55; 50; 75	$[5 \cdot 11; 2 \cdot 5^2; 3 \cdot 5^2]$
120; 62; 52	$[2^3 \cdot 3 \cdot 5; 2 \cdot 31; 2^2 \cdot 13]$
550; 142; 58	$[2 \cdot 5^2 \cdot 11; 2 \cdot 71; 2 \cdot 29]$

Calcola il M.C.D. e il m.c.m. fra i seguenti gruppi di numeri.

$2^4 \cdot 5^2, 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^7, 2^2 \cdot 3^5$				$[M.C.D. = 2^2; m.c.m. = 2^4 \cdot 3^5 \cdot 5^7]$
$2^5 \cdot 3^4 \cdot 7^2, 2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^4, 2^6 \cdot 3^2$				$[M.C.D. = 2^3 \cdot 3^2; m.c.m. = 2^6 \cdot 3^5 \cdot 5^4 \cdot 7^2]$
44, 11, 110	$[M.C.D. = 11; m.c.m. = 220]$	20, 40, 84		$[M.C.D. = 4; m.c.m. = 840]$
60, 90, 150	$[M.C.D. = 30; m.c.m. = 900]$	35, 49, 70		$[M.C.D. = 7; m.c.m. = 490]$

Si vuole riempire completamente un parallelepipedo i cui spigoli misurano 60 cm, 80 cm e 120 cm con dei cubetti indeformabili uguali. Determina il minimo numero di cubetti necessari. [72]

Si hanno a disposizione tre rotoli di carta larghi 1 m e lunghi rispettivamente 48 m, 16 m e 60 m. Si decide di tagliare questi rotoli per ricavare dei fogli larghi 1 m e aventi tutti la stessa lunghezza. Si vuole che i fogli abbiano la massima lunghezza possibile e che non avanzi carta. Quale sarà la lunghezza di ciascun foglio e quanti fogli si ricaveranno? [4 m, 31 fogli]

Tre orologi suonano uno ogni 4 ore, uno ogni 12 ore e uno ogni 5 ore. Oggi è lunedì e suonano contemporaneamente alle 18. In quale giorno e a quale ora suoneranno di nuovo contemporaneamente? [Giovedì, alle 6]

Due classi A e B di una scuola hanno rispettivamente 24 e 28 studenti. La classe A viene divisa in squadre; così pure la classe B. Se le squadre devono avere lo stesso numero di giocatori, da quanti elementi può essere formata al massimo una squadra? [4]

## I Numeri Interi

Completa la seguente tabella.

$a$	$b$	$ a $	$ b $	Opposto di $a$	Opposto di $b$	$a$ e $b$ sono concordi?	$a$ e $b$ sono discordi?
-3	+2	.....	.....	.....	.....	.....	.....
-4	-1	.....	.....	.....	.....	.....	.....
+4	+6	.....	.....	.....	.....	.....	.....
+1	-1	.....	.....	.....	.....	.....	.....

Completa in modo da ottenere uguaglianze corrette.

- a.**  $+10 + (\dots) = -5$       **c.**  $-9 + (\dots) = 1$       **e.**  $-3 + (\dots) + (-4) = +6$   
**b.**  $-5 + (\dots) = 0$       **d.**  $10 + (\dots) = 0$       **f.**  $-2 + (\dots) + (-6) = -5$

Esegui le seguenti sottrazioni.

$-3 - (+8)$	$-10 - (-15)$	$-1 - (+9)$	$+20 - (+30)$
$+4 - (+5) - 1$	$-4 - (+1) - 9$	$-5 - (+6) - 4$	$-12 - (+11) - 8$

Esegui le seguenti moltiplicazioni.

$$\begin{array}{lll} (-3) \cdot (+3) & (-2) \cdot (-6) & (+4) \cdot (-3) \\ (-2) \cdot (+4) & (-5) \cdot (-2) & (-4) \cdot (-5) \\ (+3) \cdot (-3) \cdot (-10) & (-7) \cdot (+3) \cdot (-1) & (-8) \cdot (-3) \cdot (-2) \\ (-6) \cdot (+2) \cdot (-10) & (-2) \cdot (-6) \cdot (-3) & (+4) \cdot (-1) \cdot (+8) \end{array}$$

Esegui le seguenti divisioni.

$$\begin{array}{lll} (-9) : (+3) & (-12) : (-6) & (+8) : (-2) \\ (+16) : (-8) : (-2) & (-30) : (+3) : (-5) & (-100) : (+25) : (-2) \\ (+36) : (-4) : (+3) & (+130) : (+13) : (-2) & (-300) : (-3) : (-25) \end{array}$$

Completa la seguente tabella; se non è possibile eseguire in  $\mathbf{Z}$  una delle operazioni indicate, scrivi: «impossibile in  $\mathbf{Z}$ ».

$a$	$b$	$a + b$	$a - b$	$b - a$	$a \cdot b$	$a : b$	$b : a$	$a \cdot (a - b)$	$b \cdot (b - a)$
-6	-3	-9	-3	+3	+18	+2	impossibile in $\mathbf{Z}$	+18	-9
-12	+3	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
-2	-4	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
+7	+9	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
+15	-5	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....

Semplifica le seguenti espressioni con addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni, elevamenti a potenza e divisioni tra numeri interi.

$$\begin{array}{ll} [(-2) - (-2)^2 - (-3)^3] : (-7) & [-3] \\ (-3)^2 - [-3 - (-3)^3] : (-3) & [17] \\ [(-9)^2 : (-3) - (-4)^2 : (-2) + (-5)(-3)]^3 & [-64] \\ [(-10)^2 + (-10)] : (-3)^2 - [(-10)^2 - (-10)] : (-11) & [20] \end{array}$$

Calcola il valore delle seguenti espressioni applicando, ovunque possibile, le proprietà delle potenze.

$$\begin{array}{ll} [(-2)^6 \cdot (-2)^4]^2 : [(-2)^{30} : (-2)^{27}]^5 & [-32] \quad | \quad [(-4)^{11} \cdot (-4)^8] : (-4)^{17} + (-4)^{13} : [(-4)^6]^2 & [12] \\ (-12)^2 : (-4) + (-12)^{10} : [(-12)^2 \cdot (-12)^3]^2 & [-35] \quad | \quad \{(-21)^2 : (-7)^2 + [(-21)^3]^2 : (-21)^5\} : (-2)^2 & [-3] \\ (-18)^5 : (-9)^5 - (2^6 \cdot 4^6) : 8^5 + [(-9)^{10} \cdot (-9)^6] : [(-9)^3]^5 & [15] \\ [(-2)^2 \cdot (-2)^5]^3 : (-2)^{17} + (-12) : (-2)^2 & [13] \\ (-3)^2 - (-3)^0 - [(-2)^{13} \cdot (-2)^9] : [(-2)^6]^3 & [-8] \end{array}$$

## I Numeri Razionali Assoluti

Poni, se possibile, un numero naturale opportuno al posto dei puntini in modo da ottenere uguaglianze vere.

$$\begin{array}{lllll} \frac{3}{5} = \frac{\dots}{15} & \frac{7}{9} = \frac{\dots}{18} & \frac{9}{15} = \frac{2}{\dots} & \frac{7}{20} = \frac{\dots}{80} & \frac{9}{50} = \frac{\dots}{150} \\ \frac{10}{7} = \frac{70}{\dots} & \frac{8}{9} = \frac{\dots}{18} & \frac{3}{5} = \frac{9}{\dots} & \frac{36}{5} = \frac{18}{\dots} & \frac{7}{5} = \frac{\dots}{25} \end{array}$$

Riduci ai minimi termini le seguenti frazioni.

$$\begin{array}{lll} \frac{44}{55} & \frac{27}{12} & \frac{16}{54} \\ \frac{12}{36} & \frac{35}{70} & \frac{36}{24} \\ \frac{100}{35} & \frac{120}{80} & \frac{18}{30} \end{array}$$

Completa inserendo al posto dei puntini il simbolo opportuno (<, =, >).

$$\frac{2}{3} \dots \frac{5}{4}$$

$$\frac{10}{15} \dots \frac{8}{12}$$

$$\frac{7}{3} \dots \frac{8}{5}$$

$$\frac{5}{4} \dots \frac{15}{12}$$

$$\frac{5}{6} \dots \frac{6}{7}$$

$$\frac{12}{13} \dots \frac{3}{4}$$

$$\frac{11}{12} \dots \frac{12}{11}$$

$$\frac{100}{111} \dots \frac{10}{11}$$

Disponi i seguenti gruppi di frazioni in ordine crescente.

$$\frac{1}{3}, \quad \frac{4}{5}, \quad \frac{3}{4}, \quad \frac{11}{12}, \quad \frac{7}{10}$$

Disponi i seguenti gruppi di frazioni in ordine decrescente.

$$\frac{5}{4}, \quad \frac{7}{12}, \quad \frac{6}{5}, \quad \frac{5}{6}, \quad \frac{9}{20}$$

## Potenza di una frazione

Calcola le seguenti potenze.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \quad \left(\frac{3}{2}\right)^3 \quad \left(\frac{19}{7}\right)^0 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^4 \quad \left[\frac{1}{4}; \frac{27}{8}; 1; \frac{1}{16}\right]$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 \quad \left(\frac{3}{2}\right)^2 \quad \left(\frac{9}{4}\right)^0 \quad \left(\frac{1}{3}\right)^4$$

$$\left(\frac{1}{10}\right)^2 \quad \left(\frac{3}{4}\right)^3 \quad \left(\frac{100}{9}\right)^0 \quad \left(\frac{1}{10}\right)^4 \quad \left[\frac{1}{100}; \frac{27}{64}; 1; \frac{1}{10\,000}\right]$$

Semplifica applicando le proprietà delle potenze e lasciando il risultato sotto forma di potenza.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \quad \left(\frac{2}{3}\right)^7 : \left(\frac{2}{3}\right)^4 \quad \left[\left(\frac{5}{4}\right)^4\right]^3 \quad \left[\left(\frac{1}{2}\right)^5; \left(\frac{2}{3}\right)^3; \left(\frac{5}{4}\right)^{12}\right]$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^9 \quad \left(\frac{5}{3}\right)^{17} : \left(\frac{5}{3}\right)^{11} \quad \left[\left(\frac{9}{4}\right)^5\right]^4$$

$$\left(\frac{7}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{7}{5}\right)^8 \cdot \left(\frac{7}{5}\right)^3 \quad \left[\left(\frac{1}{13}\right)^{39} : \left(\frac{1}{13}\right)^{11}\right] : \left(\frac{1}{13}\right)^8 \quad \left\{\left[\left(\frac{5}{4}\right)^{10}\right]^{10}\right\}^2 \quad \left[\left(\frac{7}{5}\right)^{15}; \left(\frac{1}{13}\right)^{20}; \left(\frac{5}{4}\right)^{200}\right]$$

$$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{15} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5\right] : \left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^4 \quad \left[\left(\frac{8}{7}\right)^{18} \cdot \left(\frac{8}{7}\right)^{14}\right] : \left[\left(\frac{8}{7}\right)^{16}\right]^2$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^6 \cdot \left(\frac{16}{3}\right)^6 : \left(\frac{16}{9}\right)^6 : \left(\frac{2}{3}\right)^6 \quad \left(\frac{7}{8}\right)^9 : \left(\frac{3}{4}\right)^9 \quad \left[\left(\frac{27}{8}\right)^6; \left(\frac{7}{6}\right)^9\right]$$

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

$$\left[\frac{2}{7} \cdot \left(3 - \frac{5}{4}\right)\right]^2 - \left[\frac{5}{2} \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3}\right)\right]^2 \quad \left[\frac{5}{36}\right] \quad \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{10}\right) : \left(\frac{3}{2} - \frac{6}{5}\right) + \left(\frac{4}{3} + \frac{7}{15} - \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{3}{4} \quad \left[\frac{23}{15}\right]$$

$$\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{15} + 1\right) : \frac{17}{10} + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right)^2 : \frac{3}{5} - \frac{7}{20} \quad \left[\frac{7}{15}\right] \quad \left[\frac{1}{3} + \left(2 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) : \frac{2}{3}\right] - \frac{36}{66} \cdot \frac{55}{12} \quad \left[\frac{7}{12}\right]$$

Calcola il valore delle seguenti espressioni, applicando, ovunque possibile, le proprietà delle potenze.

$$\left\{\left[\left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4\right]^2 : \left[\left(\frac{2}{3}\right)^3\right]^5 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{2}{3}\right\} : \frac{19}{9} \quad \left[\frac{2}{3}\right]$$

$$\left\{\left(\frac{5}{4}\right)^{11} : \left[\left(\frac{5}{4}\right)^5\right]^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^7 : \left[\left(\frac{3}{2}\right)^3\right]^2 - 2\right\} \cdot \left(\frac{4}{11} - \frac{3}{22} + \frac{1}{2}\right) \quad \left[\frac{6}{11}\right]$$

$$\left[\left(\frac{5}{4}\right)^9 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^4\right]^2 : \left[\left(\frac{5}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3\right]^3 - \frac{9}{16} \quad [1]$$

$$\frac{1}{2} + \left[\left(\frac{2}{5}\right)^4\right]^3 : \left(\frac{2}{5}\right)^{11} + \left[\left(\frac{9}{10}\right)^2\right]^5 : \left[\left(\frac{9}{10}\right)^3\right]^3 \quad \left[\frac{9}{5}\right]$$

Trasforma in frazioni i seguenti numeri decimali.

$$0,\overline{32} \quad 1,0\overline{4} \quad 2,4 \quad \left[ \frac{32}{99}; \frac{47}{45}; \frac{12}{5} \right]$$

$$5,\overline{2} \quad 3,4 \quad 0,3\overline{2} \quad \left[ \frac{47}{9}; \frac{17}{5}; \frac{8}{25} \right]$$

$$0,3\overline{6} \quad 0,\overline{36} \quad 2,2 \quad \left[ \frac{11}{30}; \frac{4}{11}; \frac{11}{5} \right]$$

$$1,\overline{4} \quad 2,45 \quad 5,1\overline{5} \quad \left[ \frac{13}{9}; \frac{49}{20}; \frac{232}{45} \right]$$

$$1,\overline{3} \quad 3,6 \quad 1,2\overline{6} \quad \left[ \frac{4}{3}; \frac{18}{5}; \frac{19}{15} \right]$$

## Problemi sulle percentuali

Un esame, sostenuto da 150 candidati, è stato superato solo da 90 candidati. Calcola la percentuale dei promossi. [60%]

Quanto alcool è contenuto in 160 litri di vino, se la gradazione alcolica è del 12%? [19,2 litri]

Un capo di abbigliamento, che veniva venduto al prezzo di 120 euro, dopo aver subito uno sconto viene venduto a 75 euro. Calcola la percentuale che rappresenta lo sconto. [37,5%]

Un paese all'inizio del 2002 contava 15 000 abitanti. Durante l'anno ne sono morti il 2,5% ed è nato un numero di bambini pari al 3% del numero iniziale degli abitanti. Calcola il numero dei nati, il numero dei morti e la percentuale di quanto è aumentata la popolazione alla fine dell'anno rispetto all'inizio.

$$[\text{Nati} = 450; \text{morti} = 375; \text{aumento} = 0,5\%]$$

Un televisore viene venduto al prezzo di 200 euro, prima che venga praticato su di esso uno sconto del 15%. Qual è il prezzo del televisore scontato? [170 euro]

## I Numeri Razionali Relativi

Rappresenta sulla retta i seguenti gruppi di numeri razionali.

$$-\frac{1}{3} \quad \frac{1}{2} \quad 0 \quad \frac{5}{6} \quad -\frac{2}{3} \quad -\frac{1}{2} \quad +\frac{2}{3} \quad +\frac{3}{4}$$

Completa inserendo il simbolo corretto (<, =, >).

a.  $-\frac{2}{3} \dots -\frac{1}{3}$

c.  $1,2 \dots \frac{6}{5}$

e.  $+\frac{5}{4} \dots +\frac{5}{6}$

b.  $-1 \dots +\frac{11}{13}$

d.  $-0,25 \dots -0,251$

f.  $-\frac{11}{12} \dots -\frac{7}{10}$

Completa la seguente tabella.

$a$	$b$	$a + b$	$a - b$	$b - a$
$-\frac{1}{10}$	$+\frac{1}{15}$	.....	.....	.....
$-2$	$+\frac{1}{3}$	.....	.....	.....
$-\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{4}$	.....	.....	.....

Completa la seguente tabella.

$a$	$b$	$a \cdot b$	$a : b$	$b : a$
$-\frac{1}{10}$	$+\frac{15}{2}$	.....	.....	.....
$-2$	$+\frac{1}{4}$	.....	.....	.....
$-\frac{1}{6}$	$-\frac{2}{3}$	.....	.....	.....

Completa la seguente tabella.

$a$	$b$	$a + b$	$a - b$	$b - a$	$a : b$	$b : a$	$\frac{a-b}{a+b}$	$a : b + b : a$
$-\frac{2}{3}$	$+\frac{2}{3}$	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$-2$	$+\frac{1}{2}$	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$-\frac{5}{4}$	$-\frac{5}{2}$	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....

## Espressioni in $\mathbb{Q}$

Semplifica le seguenti espressioni contenenti addizioni algebriche.

$$\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{5}{2} - \frac{2}{3}\right) \quad \left[-\frac{41}{12}\right]$$

$$-4 + \frac{2}{3} - \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{2} - \frac{29}{12}\right) - \frac{4}{3} \quad [-1]$$

$$-\left(-\frac{1}{10} + \frac{2}{5}\right) - \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{11}{20}\right) \quad \left[-\frac{3}{5}\right]$$

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

$$\left[(-2) : \frac{3}{2} - \frac{3}{2} : (-2)\right] : \left(-\frac{1}{3}\right) \quad \left[\frac{7}{4}\right]$$

$$\left[(-2) : \left(-\frac{2}{3}\right)\right] \cdot \left(-\frac{4}{9}\right) + \left(-\frac{14}{9}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) \quad [1]$$

$$\left(3 - \frac{1}{2}\right) : 5 + \left[\left(7 - \frac{5}{3}\right) \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{12}\right] : \left(6 - \frac{11}{6}\right) \quad \left[\frac{4}{5}\right]$$

$$\left[\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{3}{4} - 2\right) - 1\right] \cdot \frac{6}{19} + \left(2 - \frac{5}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} \quad \left[-\frac{1}{2}\right]$$

Calcola il valore delle seguenti espressioni, dopo avere trasformato tutti i numeri decimali in frazioni.

$$\left[(-0,\bar{3}) \cdot (4,5) + \frac{1}{4}\right] : \left(-\frac{3}{2}\right) + \frac{1}{3} - 0,8\bar{3} \quad \left[\frac{1}{3}\right]$$

$$\left[\left(0,\bar{6} - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{3}{2} - 0,8\bar{3}\right] : \left(0,5 - \frac{1}{3}\right) \quad \left[-\frac{7}{2}\right]$$

Calcola i valori delle seguenti potenze.

$$\begin{array}{ccc} \left(-\frac{1}{5}\right)^2 & -\frac{1}{5^2} & \left(+\frac{3}{7}\right)^2 \\ \left(+\frac{2}{5}\right)^0 & \left(-\frac{5}{2}\right)^0 & -\left(-\frac{5}{2}\right)^0 \\ \left(-\frac{1}{2}\right)^2 & (+0,2)^3 & (-0,1)^2 \\ \left(-\frac{1}{3}\right)^{-3} & \left(-\frac{1}{5}\right)^{-2} & \left(-\frac{3}{4}\right)^{-2} \\ \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} & -(-1)^{-1} & [(-1)^{-2}]^{-2} \end{array}$$

Semplifica applicando le proprietà delle potenze e lasciando il risultato sotto forma di potenza.

$$\begin{array}{ccc} \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^7; & \left(-\frac{2}{3}\right)^4 : \left(-\frac{2}{3}\right)^8; & \left[ \left(-\frac{5}{4}\right)^{-1} \right]^3 \quad \left[ \left(\frac{1}{3}\right)^5; \left(-\frac{2}{3}\right)^{-4}; \left(-\frac{5}{4}\right)^{-3} \right] \\ \left(\frac{3}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-9}; & \left(-\frac{5}{3}\right)^7 : \left(-\frac{5}{3}\right)^{-11}; & \left[ \left(-\frac{9}{4}\right)^{-5} \right]^{-4} \\ \left(\frac{7}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{7}{5}\right)^{-8} \cdot \left(\frac{7}{5}\right)^3; & \left(-\frac{1}{13}\right)^8 : \left(-\frac{1}{13}\right)^{-11} : \left(-\frac{1}{13}\right)^{-8}; & \left\{ \left[ \left(\frac{5}{4}\right)^5 \right]^{-5} \right\}^2 \quad \left[ \left(\frac{7}{5}\right)^{-1}; \left(-\frac{1}{13}\right)^{27}; \left(\frac{5}{4}\right)^{-50} \right] \\ \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{-5} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}; & \left(-\frac{1}{3}\right)^{10} : \left(-\frac{1}{3}\right)^5 : \left(-\frac{1}{3}\right)^8; & \left\{ \left[ \left(\frac{1}{10}\right)^{-3} \right]^3 \right\}^{-2} \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{13} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} : \left(\frac{1}{2}\right)^{-15}; & \left(\frac{1}{2}\right)^{12} \cdot \left[ \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} : \left(\frac{1}{2}\right)^{-15} \right] & \left[ \left(\frac{1}{2}\right)^{25}; \left(\frac{1}{2}\right)^{24} \right] \end{array}$$

Calcola il valore delle seguenti espressioni applicando le proprietà delle potenze

$$\begin{array}{l} \left[ \left(-\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \right] : \left(-\frac{1}{2}\right)^6 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \quad \left[ -\frac{1}{4} \right] \\ \left[ \left(\frac{1}{10}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{10} \right]^2 : \left[ \left(\frac{1}{10}\right)^9 \right]^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^7 : \left[ \left(\frac{1}{2}\right)^3 \right]^2 - \frac{1}{5} \quad \left[ \frac{2}{5} \right] \\ \left[ \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^5 \right] : \left(-\frac{3}{2}\right)^4 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{3}{2}\right)^8 : \left[ \left(-\frac{3}{2}\right)^2 \right]^3 - 2 \quad \left[ \frac{9}{4} \right] \\ \left(-\frac{1}{2}\right)^0 + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} + \left[ \left(-\frac{1}{4}\right)^7 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^3 \right]^{-1} : \left[ \left(-\frac{1}{4}\right)^{-4} \right]^2 \quad [13] \\ \left[ (3^{-1} + 3^{-2}) \left(\frac{2}{3} - 1\right) + \left(-\frac{3}{2}\right)^{-2} - \left(-\frac{1}{3}\right)(-2) \right] \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{-3} \quad [10] \\ \left\{ \left[ \left(\frac{5}{7}\right)^4 \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^{-4} \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)^5 \right] : \left[ \left(-\frac{5}{4}\right)^4 \right]^2 + 1 \right\}^3 : \left(-\frac{1}{2}\right)^5 \quad \left[ \frac{1}{2} \right] \\ \left\{ [(-0,3)^{-4}]^{-3} : [(0,2 \cdot 0,5)^{-5}]^{-1} - \frac{1}{3} \right\}^{-1} + 0,5 \quad [-4] \end{array}$$

## Il calcolo letterale: Monomi e Polinomi

**Semplifica le seguenti espressioni:**

$$-\frac{1}{2}x - 3y - \left(-\frac{3}{2}x\right) + \frac{1}{2}y - (-x) + \left(-\frac{5}{2}y\right) \quad [2x - 5y]$$

$$x - \frac{1}{2}x^2 + \left(\frac{3}{4}x - x\right) + \frac{3}{2}x^2 - 2x + \frac{1}{4}x \quad [x^2 - x]$$

$$x - \left(\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}x\right) - \left(-\frac{1}{2}y + 5y\right) - 2x - \frac{7}{2}y \quad [-8y]$$

$$x^2 - xy + \left(-\frac{1}{3}x^2\right) - \left(-\frac{2}{3}xy - \frac{7}{3}xy\right) - (-xy) + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^2 \quad [x^2 + 3xy]$$

$$21x^7y^3 : (-7x^5y^2) + (-2x)(-3xy) + 6x^2y \quad [9x^2y]$$

$$\left[\left(-\frac{8}{5}a^3b^4\right)\left(-\frac{5}{4}a^2b^4\right)\right]^2 : [(-2a)(a^3b^4)^3] \quad [-2b^4]$$

$$\left[\left(-\frac{2}{3}a + \frac{1}{2}a\right)^4 \cdot (6a)^5\right] : (3a^4)^2 + \frac{2}{9}\left(-\frac{3}{2}a\right)^4 : \left(\frac{3}{2}a\right)^3 \quad [a]$$

**Prolemi:**

In un triangolo isoscele la base misura  $\frac{2}{3}a$  e i lati obliqui  $\frac{5}{2}a$ .

a. Determina il perimetro del triangolo.

b. Stabilisci di quanto aumenta il perimetro se la base aumenta di  $\frac{1}{3}a$  e ciascun lato obliquo aumenta di  $\frac{1}{2}a$ .

$$\left[ \text{a. } \frac{17}{3}a; \text{ b. } \frac{4}{3}a \right]$$

Sia  $a > 0$  e  $b > 0$ . Un quadrato ha area uguale a  $a^6b^2$ . Determina:

a. il perimetro del quadrato;

b. il volume del cubo il cui spigolo ha misura uguale a quella del lato del quadrato.

$$[\text{a. } 4a^3b; \text{ b. } a^9b^3]$$

**Semplifica le seguenti espressioni**

$$2x(x^2 + 1) - 3x(x^2 - x + 1) - (-x^3 + x^2 - x) \quad [2x^2]$$

$$(3a + 2b)(-2a) - (a - 2b)(-3a) - (-a^2 + ab) \quad [-2a^2 - 11ab]$$

$$\frac{1}{2}m\left(\frac{1}{3}m + \frac{1}{2}n\right) - \frac{2}{3}n\left(\frac{1}{4}m + \frac{3}{2}m\right) - \left(\frac{1}{6}m^2 - \frac{1}{3}n^2 - \frac{1}{4}mn\right) \quad \left[\frac{1}{3}n^2 - \frac{2}{3}mn\right]$$

$$\frac{1}{2}a(a - 2b + 3) - b(-a + b - 2) + 2b(1 + b) - \frac{1}{4}a(2a + 2) - (-2)(-2b) \quad [a + b^2]$$

$$[(15a^3b) : (-3ab) + b^2]ab + [(-3ab)(-2a) - b^3]a \quad [a^3b]$$

$$2x(x + 4) - (-2x)^2 + (3 + x)(2 - 2x) + (2x)^2 \quad [4x + 6]$$

$$2a(a^2 - 1) - a(a + 1)(2a + 1) + (-3)(-a) \quad [-3a^2]$$



## Equazioni

Risolvi le seguenti equazioni.

$$2(x - 1) + 3(2 - x) = x - 4 \quad [4]$$

$$-2(x - 1) - (2x - 3) = 5 - x \quad [0]$$

$$-2(x - 1) + 3(4 - x) = 2(x - 3) - 5(2x + 1) \quad \left[-\frac{25}{3}\right]$$

$$2 - 3[x - 2(x + 1)] = x - [2 - (x - 3)] \quad [-13]$$

$$x - 2(x + 1) - 3(2 - x) = 5[x - (3x + 1)] \quad \left[\frac{1}{4}\right]$$

$$x - 2 - 2(x + 3) = 3 - 2[3(x - 2) - 2(x - 1)] \quad [19]$$

$$-2[2(x - 3) - x] + 3[-2(1 - x) - 4x] = 8x \quad \left[\frac{3}{8}\right]$$

$$x^2 + (x - 1)(x + 2) = 2(x - 1)(x + 1) \quad [0]$$

$$2 - x[3x - 2(x - 2)] = 1 - (x + 1)(x - 2) \quad \left[-\frac{1}{5}\right]$$

$$\frac{1}{2}x - \frac{x - 2}{3} - 1 = -\frac{1}{3}x + \frac{x - 1}{6} \quad \left[\frac{1}{2}\right]$$

$$\frac{1}{2}(x - 1) - \frac{1}{3}(3x - 6) = \frac{1}{4}(2x - 8) \quad \left[\frac{7}{2}\right]$$

$$\frac{x - 1}{2} - \frac{3x - 2}{6} = \frac{1}{3}(x - 4) - \frac{2x - 1}{4} \quad \left[-\frac{11}{2}\right]$$

$$x - \left[\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}(x - 9) - \frac{3 - x}{6}\right] = -\frac{1}{2}(2x - 3) - \frac{1}{3}(2 - x) \quad \left[\frac{5}{2}\right]$$

## Problemi che hanno come modello le equazioni

Un numero, sommato ai suoi tre quarti, è uguale al suo doppio diminuito di 6. Qual è il numero? [24]

Due numeri, uno doppio dell'altro, sono tali che sottraendo al maggiore 9, si ottiene la metà del numero minore. Determina i due numeri. [6; 12]

Due numeri sono uno  $\frac{3}{2}$  dell'altro e la loro somma è 45. Determina i due numeri. [18; 27]

In un rettangolo un lato è il doppio dell'altro e il perimetro è di 42 cm. Determina la lunghezza della base e quella dell'altezza. [7 cm; 14 cm]

Dividi un segmento di 24 cm in tre parti, in modo che la seconda parte superi di 1 cm i  $\frac{2}{5}$  della prima e la terza sia 2 cm in meno dei  $\frac{5}{4}$  della seconda. [12,5 cm; 6 cm; 5,5 cm]

In un triangolo isoscele, la lunghezza della base è  $\frac{3}{2}$  della lunghezza dei lati congruenti e il perimetro è 21 cm. Determina le lunghezze dei lati. [6 cm; 6 cm; 9 cm]

Paolo è nato 5 anni dopo Maria e fra tre anni l'età di Maria sarà il doppio di quella di Paolo. Che età hanno Paolo e Maria? [Paolo ha 2 anni e Maria ne ha 7]

Paolo ha 21 anni e Maria ne ha 15. Stabilisci se c'è stato o ci sarà un anno in cui l'età di Paolo è il doppio dell'età di Maria. [L'età di Paolo è stata il doppio dell'età di Maria 9 anni fa]